

PARIDADE E OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

1. (Fomin, capítulo 1, problema 17) Pedro comprou um caderno com 96 folhas e numerou-as de 1 a 192. Vitor arrancou 25 folhas do caderno de Pedro e somou os 50 números que encontrou escritos nas folhas. Esta soma poderia ser igual a 1990?

PAR

PAR: $2n \Rightarrow \{0, 2, 4, 6, 8\}$

ÍMPARES: $2n + 1$

$$\rightarrow I + P = I \quad \leftarrow$$

$$\rightarrow I + I = P$$

$$\rightarrow P + P = P$$

$$\rightarrow I \cdot P = P$$

$$\rightarrow I \cdot I = I \quad \leftarrow$$

$$\rightarrow P \cdot P = P$$

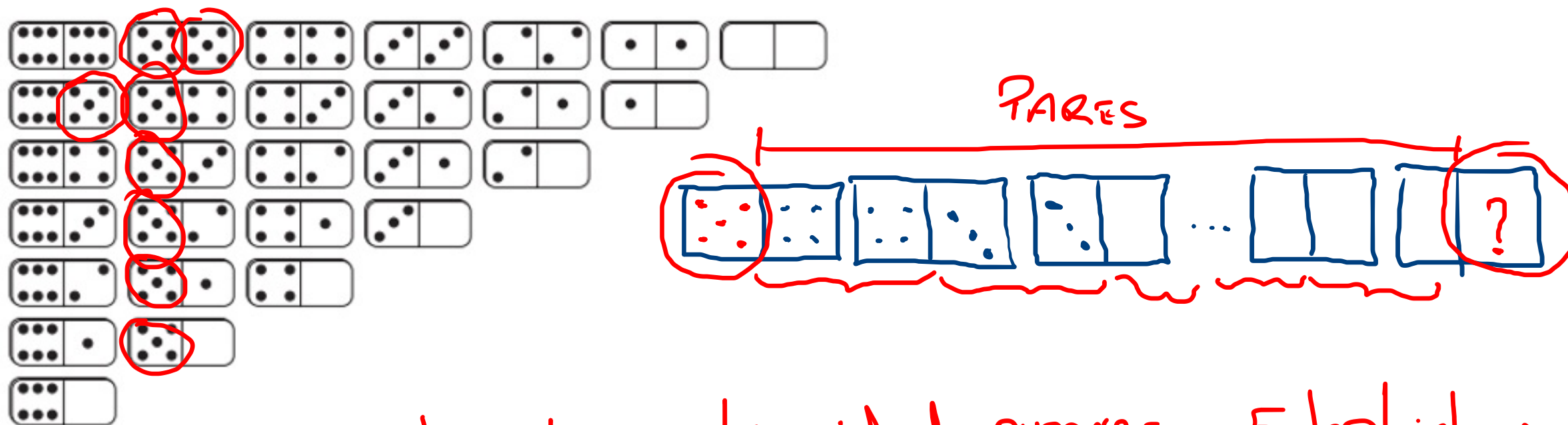
$$\text{FOLHA: } I + P = I$$

$$I \cdot I = \text{ÍMPAR}$$

$$25 \cdot 5$$

NÃO, pois 1990 é um número

2. (Fomin, capítulo 1, problema 10) Todas as peças de um dominó foram colocadas em uma cadeia de modo que o número de bolinhas nas extremidades de dois dominós adjacentes sejam iguais. Se uma das extremidades da cadeia contém 5 bolinhas, qual é o número de bolinhas na outra extremidade?



Na outra extremidade aparecem 5 bolinhas, pois todas as peças são colocadas em pares e a peça com 5 bolinhas aparece 8x, justificando a obrigatoriedade da última peça também ser 5.

3. (Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Aritmética”, exercício 15) Em um conjunto de 101 moedas, há 50 falsas e as demais são verdadeiras. Uma moeda falsa difere de uma verdadeira em 1 grama. Marcos tem uma balança que mostra a diferença de pesos entre os objetos colocados nos dois pratos. É possível, com uma pesagem, identificar se a moeda escolhida é falsa?



$$101 \begin{cases} 50 F \\ 51 V \end{cases}$$

$$V = 2g \\ F = 1g$$

$$1^{\circ}) \text{ Supor retirar } (V): \begin{cases} 50F \\ 50V \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \underline{50} \\ 50V \\ 49V + 1F \\ \vdots \end{array}$$

$$\underline{50}$$

$$50F \Rightarrow 100 - 50 = 50g \text{ (PAR)}$$

$$1V + 49F \Rightarrow (98 + 1) - (2 + 49) \\ = 99 - 51 = 48g \text{ (PAR)}$$

$$2^{\circ}) \text{ Supor retirar } (F): \begin{cases} 49F \\ 51V \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \underline{50} \\ 50V \\ 49V + 1F \\ \vdots \end{array}$$

$$\underline{50}$$

$$1V + 49F \Rightarrow 100 - 51 = 49g \text{ (ÍMPAR)}$$

$$2V + 48F \Rightarrow 99 - 52 = 47g \text{ (ÍMPAR)}$$

Sim.

4. (Questão 5, Segunda fase do nível N2, OBMEP 2006) Ana Terra, Bibiana e Pedro Missionário distribuíram entre si dezenove cartões numerados de 1 a 19. Ana ficou com nove desses cartões, Bibiana, com outros nove e Pedro Missionário, com o cartão que sobrou.

(a) É possível que a soma dos números escritos nos cartões de Ana seja 136? Por que?

(b) Se a soma dos números escritos nos cartões de Ana é 90 a mais que a soma dos números escritos nos cartões de Bibiana, qual é o número escrito no cartão de Pedro Missionário?

A $\Rightarrow$ 9 cartões

B $\Rightarrow$ 9 cartões

P $\Rightarrow$ 1 cartão

$$a) A = 19 + 18 + 17 + 16 + \boxed{15} + 14 + 13 + 12 + 11 = 30 \cdot 4 + 15 = \underline{\underline{135}}$$

Não é possível ³⁰ resultar em 136.

$$b) A = B + 90 \Rightarrow A \leq 135$$

$$B + 90 \leq 135$$

$$B \leq 135 - 90$$

$$\underline{B \leq 45}$$

$$B \geq 1 + 2 + 3 + 4 + \boxed{5} + 6 + 7 + 8 + 9$$

$$B \geq 10 \cdot 4 + 5$$

$$\underline{B \geq 45}$$

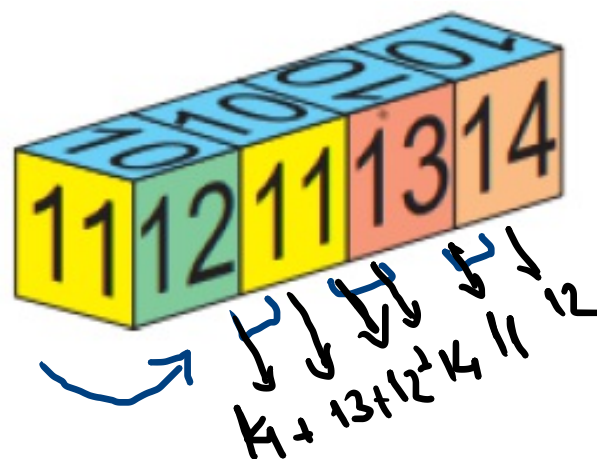
$$\boxed{B = 45} \Rightarrow \boxed{A = 135}$$

Portanto, Pedro ficou com o cartão 10.



5. (Questão 11, Primeira fase do nível N2, OBMEP 2019) Os quatro dados da figura são idênticos e há três pares de faces em contato. Qual é o valor da soma dessas faces?

K
 13 10 12
 11



$$\begin{aligned}
 &\underbrace{K + 13 + 12 + K}_{27} + \underbrace{11 + 12}_{26} + \underbrace{11 + 12}_{23} \\
 &\quad \underbrace{27 + 26 + 23}_{53} = \boxed{76}
 \end{aligned}$$

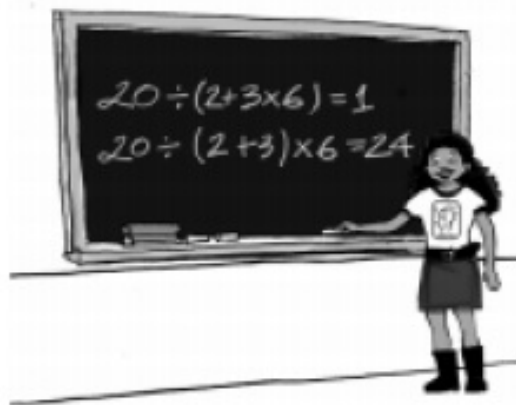
6. (Questão 2, Primeira fase do nível N2, OBMEP 2008) Podemos colocar de várias maneiras um par de parênteses na expressão $20 : 2 + 3 \times 6$, como por exemplo $20 : (2 + 3 \times 6)$, $20 : (2 + 3) \times 6$. Qual é o maior valor que se pode obter desse modo?

$$(20 : 2) + 3 \times 6 = 10 + 18 = 28$$

$$20 : (2 + 3) \times 6 = 4 \times 6 = 24$$

$$(20 : 2 + 3) \times 6 = 13 \times 6 = 78$$

$$20 : (2 + 3 \times 6) = 20 : 20 = 1$$



7.(Questão 10, Desafio Nível N2, OBMEP 2018) Maria escolheu um número inteiro. Ela somou esse número os três números ímpares imediatamente inferiores e os dois números pares imediatamente superiores a ele e obteve 1414 como resultado. Qual é a soma dos algarismos do número que Maria escolheu?

1º caso: ÍMPAR $(x-6) + (x-4) + (x-2) + x + (x+1) + (x+3) = 1414$

2º caso: PAR

$$6x - 8 = 1414$$

$$6x = 1414 + 8$$

$$6x = 1422$$

$$x = \frac{1422}{6}$$

$$x = 237$$

$$2 + 3 + 7 = 12$$

$$(x-5) + (x-3) + (x-1) + x + (x+2) + (x+4)$$

$$6x - 3 = 1414$$

$$6x = 1414 + 3$$

$$6x = 1417 \text{ (IMPOSSÍVEL)}$$

$$\begin{array}{r} 1422 \overline{) 1422} \\ \underline{12} \\ 22 \\ \underline{-18} \\ 42 \\ \underline{-42} \\ 0 \end{array}$$